



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
DIPARTIMENTO DI ECONOMIA

**UNO STUDIO SULLA DIFFUSIONE
DI FENOMENI METEOROLOGICI MEDIANTE
PARTICOLARI MODELLI SPAZIO-TEMPORALI**

di Alessia Naccarato

POLITICA
12
UDI

Working Paper n° 22, 2001





UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
DIPARTIMENTO DI ECONOMIA

Working Paper n° 22, 2001

Comitato Scientifico

Gilberto Castellani
Marisa Cenci
Julia Mortera
Luciano Pieraccini
Silvia Terzi

- I "Working Papers" del Dipartimento di Economia svolgono la funzione di divulgare tempestivamente, in forma definitiva o provvisoria, i risultati di ricerche scientifiche originali. La loro pubblicazione è soggetta all'approvazione del Comitato Scientifico.
- Per ciascuna pubblicazione vengono soddisfatti gli obblighi previsti dall'art. 1 del D.L.L. 31.8.1945, n. 660 e successive modifiche.
- Copie della presente pubblicazione possono essere richieste alla Redazione.

REDAZIONE:

Dipartimento di Economia
Università degli Studi di Roma Tre
Via Ostiense, 139 - 00154 Roma
Tel. 0039-6-57374003 fax 0039-6-57374093
E-mail: dip_eco@uniroma3.it

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
DIPARTIMENTO DI ECONOMIA

**UNO STUDIO SULLA DIFFUSIONE
DI FENOMENI METEOROLOGICI MEDIANTE
PARTICOLARI MODELLI SPAZIO-TEMPORALI**

di Alessia Naccarato*

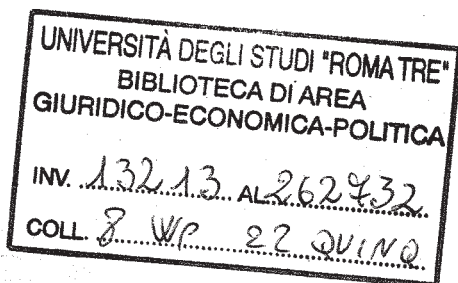
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
BIBLIOTECA DI AREA
GIURIDICO-ECONOMICO-POLITICA



* Dipartimento di Economia, Università degli studi "Roma Tre"

SOMMARIO

Introduzione	1
1. La formalizzazione dei modelli utilizzati	3
La radiazione solare ed il soleggiamento: aspetti fisici	7
La descrizione della serie	8
I risultati	12
Riferimenti bibliografici	20



Uno studio sulla diffusione di fenomeni meteorologici mediante particolari modelli spazio-temporali

Alessia Naccarato

Dipartimento di Economia

Università degli Studi "Roma Tre"

Introduzione

In questo lavoro presentiamo i risultati relativi ad una applicazione di modelli ST-VAR (K) ed ST-GVAR (K)¹ a dati relativi a due particolari fenomeni meteorologici: la radiazione solare ed il soleggiamento.

Un primo aspetto dell'interesse per il fenomeno della radiazione solare è legato a problematiche di carattere ambientale poiché il livello della radiazione solare² è strettamente connesso alla presenza di ozono nella stratosfera ed alla torbidità dell'atmosfera, ovvero alla presenza di agenti inquinanti sotto forma di pulviscolo atmosferico.

Il problema presenta numerose sfaccettature poiché accanto agli aspetti che riguardano l'immissione e la diffusione nell'atmosfera di sostanze inquinanti, che peggiorano la qualità dell'aria che respiriamo vanno considerati anche gli effetti che tali inquinanti hanno sulla diffusione della radiazione solare al suolo e conseguentemente sulla salute dell'uomo. Ad esempio – come è noto – alcuni agenti inquinanti determinano la rarefazione dell'ozono atmosferico riducendo la capacità della stratosfera di trattenere le onde elettromagnetiche più corte (UV-C), più ricche di energia e dunque potenzialmente più pericolose.

In questo ambito monitorare il livello della radiazione diviene importante poiché, se è possibile verificare che nel tempo si è avuto un aumento della quantità di radiazione solare misurata al suolo, non imputabile a cause

¹ Space-Time Vector Autoregressive e Space-Time Generalized Vector Autoregressive, definiti formalmente nel paragrafo 1.

² Intenderemo sempre la radiazione solare diretta misurata al suolo.

naturali quali le perturbazioni meteorologiche, sarà possibile dedurre che siano intervenuti altri fattori che devono necessariamente essere controllati.

In questo studio abbiamo utilizzato un modello spazio-temporale di tipo ST-VAR (K) ed uno ST-GVAR (K) per spiegare la radiazione solare misurata in un determinato istante temporale in una fissata localizzazione spaziale, come funzione lineare delle passate osservazioni nella stessa stazione, delle osservazioni passate e contemporanee nei restanti siti del sistema ed infine, delle osservazioni contemporanee della componente puramente esogena, soleggiamento³. La scelta del tipo di modello è dovuta alla necessità di non vincolare le relazioni tra le stazioni del sistema alla distanza tra le stazioni stesse, a causa della particolare variabilità spaziale dei fenomeni considerati.

Si sono considerate a tal proposito serie spazio-temporali di dati meteorologici provenienti da tre diverse stazioni interagenti tra loro. Per il nostro scopo, ovvero cogliere attraverso il modello le relazioni che intercorrono tra le stazioni del sistema, era fondamentale che i siti considerati fossero tra loro interagenti, potremmo dire – trattandosi di stazioni meteorologiche – che era necessario che essi definissero una *zona climatica*, la scelta delle stazioni meteorologiche è stata determinata quindi da questa esigenza.

Un secondo motivo di interesse - di natura statistica - è legato al fatto che la diffusione spaziale della radiazione solare è regolata da leggi che non possono dirsi completamente determinate dalla distanza tra i siti di un sistema spaziale, bensì da altri fattori.

Come già detto, partendo dalla constatazione che esistono in natura fenomeni per i quali è possibile ipotizzare l'esistenza di un sistema di relazioni spaziali in funzione di fattori in parte o del tutto indipendenti dalla

³ L'esistenza di una relazione lineare tra la radiazione solare ed il soleggiamento è postulata dalla legge fisica che va sotto il nome di *legge di Angstrom*. Tale relazione, di natura statica, ha una sua realizzazione dinamica nel tempo e nello spazio, caratteristica peraltro comune a tutti i fenomeni di natura meteorologica.

distanza, in questo lavoro abbiamo utilizzato modelli nei quali le relazioni intercorrenti tra le stazioni del sistema non siano vincolate dalla distanza tra i siti, ma tengano conto dell'intensità e della direzione dell'effetto che il fenomeno registrato nelle localizzazioni di un intero sistema spaziale produce su una singola stazione in esame.

La radiazione solare misurata in un sito in un determinato istante di tempo è infatti, un fenomeno che dipende da quanto avviene nei siti circostanti non tanto in funzione della distanza tra i siti stessi, quanto in funzione delle perturbazioni meteorologiche. Sono infatti le correnti aeree ed il grado di umidità dell'aria che determinano lo spostamento delle formazioni nuvolose e quindi l'intensità della radiazione solare misurata in una determinata zona.

1. La formalizzazione dei modelli utilizzati

Per entrambi i modelli utilizzati, si è indicato con S il numero di localizzazioni spaziali e con K l'ordine massimo di ritardo spazio-temporale.

Il modello *ST-VAR* (K) relativo ad un sistema spaziale costituito da S siti è definito come segue⁴:

$$y_t = \alpha + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \dots + A_K y_{t-K} + u_t$$

$\begin{matrix} S \times 1 & S \times 1 & S \times S & S \times 1 & S \times S & S \times 1 & S \times S & S \times 1 & S \times 1 \end{matrix}$

dove y_t è il vettore delle osservazioni nelle S localizzazioni al tempo t , u_t è il vettore delle componenti accidentali negli S siti al tempo t e le matrici dei coefficienti A_1, \dots, A_K sono le matrici non simmetriche i cui elementi diagonali si riferiscono agli effetti autoregressivi temporali del modello, mentre quelli extradiagonali agli effetti autoregressivi spazio-temporali.

Il modello in forma compatta può scriversi come segue:

$$Y = B Z + U \quad (1)$$

$\begin{matrix} S \times T & S \times (SK+1) & (SK+1) \times T & S \times T \end{matrix}$

dove:

⁴ Si veda Tesi di Dottorato di Alessia Naccarato, *Modelli VAR per strutture spazio-temporali*, Dipartimento di Economia, Università di Roma Tre, 2000.

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_T \\ \text{\scriptsize } S \times 1 & \text{\scriptsize } S \times 1 & & \text{\scriptsize } S \times 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \alpha & A_1 & \dots & A_K \\ \text{\scriptsize } S \times 1 & \text{\scriptsize } S \times S & & \text{\scriptsize } S \times S \end{bmatrix}, \quad Z = [Z_0, \dots, Z_{T-1}] \quad \text{con}$$

$$Z_t = \begin{bmatrix} 1 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{t-K+1} \\ \text{\scriptsize } S \times 1 \end{bmatrix},$$

$$U = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \dots & u_T \\ \text{\scriptsize } S \times 1 & \text{\scriptsize } S \times 1 & & \text{\scriptsize } S \times 1 \end{bmatrix}.$$

Trasponendo la (1) ed applicando l'operatore vec , la forma compatta del modello diviene:

$$vec(Y^T) = (I_S \otimes Z^T) vec(B^T) + vec(U^T) \quad (2)$$

con $\Sigma_{vecU^T} = (\Sigma_u \otimes I_T)$, e $\Sigma_u = \sigma^2 I_S$.

Il vettore dei parametri incogniti $vec(B^T)$ contiene i parametri della prima equazione nelle prime $SK + 1$ posizioni, quelli della seconda equazione nelle seconde $SK + 1$ posizioni e così via. Lo stimatore GLS di $vec(B^T)$ è:

$$vec(B^T) = [I_S \otimes (ZZ^T)^{-1} Z] vec Y^T.$$

Questo tipo di modelli, così come quelli ST-GVAR (K) che includono l'osservazione contemporanea, se da un lato presentano il vantaggio di non imporre relazioni bidirezionali ne tantomeno simmetriche per ogni coppia di siti del sistema, dall'altro presentano gli svantaggi legati ad un gran numero di parametri da stimare. E' possibile però ridurre tale numero di parametri se si dispone di informazioni a priori sul modello; in questo caso considereremo informazioni circa la variabilità spazio-temporale del fenomeno poiché, se il fenomeno si manifesta nello spazio e nel tempo secondo una struttura che possa essere descritta analiticamente, è possibile giungere alla formalizzazione di un modello vincolato che stimi la variabilità spazio-temporale tenendo conto delle caratteristiche di tale struttura. Se ad esempio è noto che il fenomeno misurato in una stazione j produce un effetto sulla stazione i che non si modifica al variare dell'ordine di ritardo temporale considerato, ovvero se l'influenza di j su i è costante

nel tempo, formalmente si può scrivere⁵ $a_1^j = a_2^j = \dots = a_K^j$, il che implica che il numero di parametri da stimare per ognuna delle relazioni del tipo “ $j \rightarrow i$ ” si riduce da K ad 1.

A seconda del modo in cui la variabilità spaziale si “lega” a quella temporale si ottiene un diverso guadagno in termini di numero di parametri da stimare.

Con riferimento alla (1), la matrice B - e quindi $vec(B^T)$ - rappresenta l'insieme dei coefficienti sui quali dovremo imporre le restrizioni; supponiamo che i vincoli sul $vec(B^T)$ siano dati nella forma:

$vec B^T = \begin{matrix} R & \Psi^T \\ S(SK+1) \times 1 & S(SK+1) \times M & M \times 1 \end{matrix}$, dove R è una matrice di elementi noti di dimensioni $S(SK+1) \times M$, con rango $r(R)=M$ ed infine Ψ è il vettore dei parametri incogniti non vincolati di dimensioni $M \times 1$ con $M < S(SK+1)$. Il modello vincolato diviene quindi:

$$vec(Y^T) = \begin{matrix} I_S \otimes Z^T \\ ST \times 1 & ST \times S(SK+1) \end{matrix} \begin{matrix} R & \Psi \\ S(SK+1) \times M & M \times 1 \end{matrix} + \begin{matrix} vec U^T \\ ST \times 1 \end{matrix} \quad (3)$$

e le stime del vettore dei parametri incogniti Ψ si ottengono dalla seguente relazione:

$$\hat{\Psi} = \begin{matrix} \Psi \\ M \times 1 \end{matrix} + [R^T (\Sigma_u^{-1} \otimes ZZ^T) R]^{-1} [R^T (\Sigma_u^{-1} \otimes Z)] \begin{matrix} vec U^T \\ ST \times 1 \end{matrix} \quad (4)$$

dove R , la matrice di elementi noti, è una matrice diagonale a blocchi, uno per ogni stazione del sistema; all'interno di ogni blocco si impongono i vincoli sui parametri relativi alla stazione considerata.

Il modello ST-GVAR (K) considera l'inclusione della componente spaziale simultanea e – come è noto – in questo caso le stime ottenute con il Metodo dei minimi Quadrati ordinari, conducono a stime non consistenti dei parametri del modello a causa della correlazione esistente tra gli errori rilevati nello stesso istante di tempo in siti diversi; in altri termini si ha⁶ $E(u_i^t u_j^t) \neq 0$. Nell'ipotesi che il processo sia normalmente distribuito, faremo

⁵ Si è indicato con la lettera a il generico elemento delle matrici dei coefficienti.

⁶ L'indice in basso indica il riferimento temporale, mentre quello in alto il riferimento spaziale.

riferimento alle stime di massima verosimiglianza che conducono a stime consistenti dei parametri del modello⁷.

Utilizzando la stessa simbologia vista nel caso di un modello ST-VAR (K), il modello ST-GVAR (K) può scriversi come segue:

$$A_0 Y = BZ + U \quad (5)$$

dove, A_0 è la matrice che riporta sulla diagonale principale tutti elementi pari ad 1 e negli elementi extradiagonali i coefficienti di influenza spaziale simultanea tra i siti del sistema. Premoltiplicando entrambi i membri della (5) per A_0^{-1} si ha:

$$Y = A_0^{-1} BZ + A_0^{-1} U,$$

infine applicando l'operatore *vec* si ottiene:

$$vec Y = (Z^T \otimes I_s) vec A_0^{-1} B + (I_T \otimes A_0^{-1}) vec U. \quad (6)$$

Analogamente a quanto detto nel caso del modello ST-VAR (K), al fine di imporre restrizioni sui parametri del modello, può risultare più comodo considerare il modello in forma trasposta:

$$vec Y^T = (I_s \otimes Z^T) vec (A_0^{-1} B)^T + (A_0^{-1} \otimes I_T) vec U^T \quad (7)$$

con matrice di varianza e covarianza degli errori $(\Omega \otimes I_T)$, dove

$$\Omega = A_0^{-1} \Sigma_u (A_0^{-1})^T.$$

Al fine di individuare la forma analitica della stima di massima verosimiglianza dei parametri incogniti del modello nella forma (7),

definiamo i seguenti vettori:

$$\begin{aligned} \eta &= vec \left[(A_0^{-1} \alpha, A_0^{-1} A_1, \dots, A_0^{-1} A_k)^T \right] = vec \left[(A_0^{-1} \alpha)^T, (A_0^{-1} A_1)^T, \dots, (A_0^{-1} A_k)^T \right] \\ &= vec \left\{ [A_0^{-1} (\alpha, A_1, \dots, A_k)]^T \right\} \end{aligned}$$

allora la (7) diviene:

$$vec Y^T = (I_s \otimes Z^T) \eta + (A_0^{-1} \otimes I_T) vec U^T.$$

⁷ Ricordiamo a questo proposito che la massimizzazione della funzione di verosimiglianza in presenza della componente endogena contemporanea, si presenta come un problema di massimizzazione non lineare per la soluzione del quale è necessario ricorrere ad una procedura di ottimizzazione numerica quale quella prevista dall'*algoritmo scoring*.

Nella (7) compare il vettore di parametri incogniti $\eta = \text{vec}(A_0^{-1} B)^T$, ma in realtà siamo interessati a stimare separatamente gli elementi delle matrici $A_0, \alpha, A_1, \dots, A_K$ e quindi i vincoli dovranno essere imposti sul vettore $\beta = \text{vec}[A_0^T, \alpha^T, A_1^T, \dots, A_K^T]$. Se i vincoli sono imposti nella forma:

$$\beta_{(S^2K+S^2+S) \times 1} = \begin{matrix} R \\ (S^2K+S^2+S) \times M \end{matrix} + \begin{matrix} \Psi \\ M \times 1 \end{matrix} + \begin{matrix} r \\ (S^2K+S^2+S) \times 1 \end{matrix},$$

si dimostra che lo stimatore di massima verosimiglianza vincolato del vettore di parametri incogniti Ψ è dato da:

$$\hat{\Psi} = \Psi + [R^T H^T (\Omega^{-1} \otimes ZZ^T) H R]^1 R^T H^T (\Omega^{-1} \otimes ZZ^T) H r + \\ + [R^T H^T (\Omega^{-1} \otimes ZZ^T) H R]^1 R^T H^T (\Omega^{-1} \otimes I_{SK+1}) (A_0^{-1} \otimes Z) \text{vec} U^T$$

dove $H = \frac{\partial \eta}{\partial \beta^T}$.

La radiazione solare ed il soleggiamento: aspetti fisici

Il Sole, l'astro centro del sistema solare, è praticamente la sola sorgente di calore e di luce per tutti i pianeti del sistema, che intercettano solamente un'insignificante frazione della totale energia irraggiata dal Sole.

Nella propagazione dell'energia in un mezzo non assorbente si deduce che l'intensità (ossia l'energia che passa per l'unità di superficie nell'unità di tempo) varia in ragione inversa del quadrato della distanza. Data l'ellitticità dell'orbita terrestre, l'intensità della radiazione solare deve variare nel corso dell'anno con un massimo al perielio ed un minimo all'afelio. Inoltre l'assorbimento della radiazione solare dipende dalla lunghezza del cammino nell'atmosfera che varia con il variare dell'altezza del Sole sull'orizzonte nel corso della giornata, nell'ipotesi che le proprietà dell'atmosfera siano rimaste immutate durante tutto il periodo di osservazione. Poiché ciò raramente si verifica, né si può stabilire con certezza quando dette variazioni siano avvenute, gli effetti dell'atmosfera possono essere eliminati soltanto elaborando statisticamente lunghe serie di dati, raccolti da stazioni il più possibile lontane le une dalle altre, in modo che i cambiamenti atmosferici possano essere ritenuti indipendenti.

L'espressione *durata del soleggiamento* è definita dall'OMM⁸ come l'intervallo di tempo durante il quale la radiazione solare diretta raggiunge un'intensità sufficiente da proiettare ombre distinte.

Le tabelle delle ore di soleggiamento sono riferite alla durata di splendore del Sole quando esso si trova ad un'altezza non inferiore al 3° sopra l'orizzonte (per la fascia di latitudine comprendente il territorio che si vuole esaminare). Tale angolo rappresenta infatti la soglia oltre la quale i raggi solari sono in grado di lasciare traccia di bruciatura sulla striscia di registrazione dell'eliofanografo⁹.

Presumendo che le stazioni di osservazione del soleggiamento e della radiazione solare siano scelte in punti in cui non si è in presenza di ostacoli orografici, alberi o costruzioni¹⁰, è da dedurre che il deficit di soleggiamento nei punti di osservazione sia da addebitare essenzialmente alla presenza di formazioni nuvolose.

In queste condizioni la misurazione del flusso solare indica che la quantità di energia che raggiunge la superficie terrestre varia a seconda delle aree geografiche. Questa variabilità dipende da diversi aspetti quali: gli effetti delle stagioni, la modalità di trasmissione della luce solare attraverso l'ozono e l'atmosfera, l'altitudine, la latitudine, la nuvolosità, la nebbia ed infine dall'inquinamento.

La descrizione della serie

Per lo studio della diffusione della radiazione solare si sono utilizzate le serie spazio-temporali di radiazione solare e soleggiamento fornite dal Servizio Meteorologico dell'Aeronautica Militare e relative alle tre stazioni del Lazio: *Roma Ciampino*, *Vigna di Valle*, *Monte Terminillo*, nel periodo che va dal 1° gennaio 1991 al 31 dicembre 1998¹¹.

⁸ Organizzazione Mondiale per la Meteorologia.

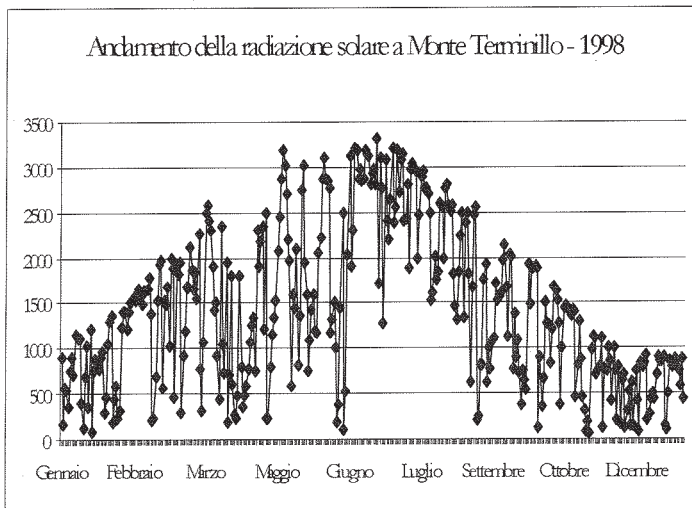
⁹ Strumento utilizzato per la rilevazione del soleggiamento.

¹⁰ Così è per le stazioni meteorologiche dell'Aeronautica Militare che ci hanno fornito le serie di dati.

¹¹ Circa 3000 osservazioni per ogni localizzazione spaziale.

La serie delle radiazioni solari riporta le misure della radiazione solare media giornaliera rilevata al suolo, effettuate mediante il *pireliometro*¹², mentre i dati relativi al soleggiamento, indicano la durata¹³ di splendore del Sole quando esso si trova ad una altezza non inferiore al 3° grado sopra l'orizzonte; lo strumento utilizzato per la rilevazione del soleggiamento è l'*eliofanometro*.

La zona climatica scelta si delinea in maniera piuttosto chiara: due delle tre stazioni considerate si trovano piuttosto vicine al mare e vicine tra loro, mentre la terza – Monte Terminillo – è posizionata a ridosso della barriera degli Appennini. Le tre stazioni sono inoltre costantemente sottoposte alle correnti che provengono dal Golfo della Manica e dal Golfo di Guascogna e che determinano i principali movimenti delle formazioni nubiformi – dal Nord Italia verso il Sud – sul versante tirrenico.



¹² L'unità di misura utilizzata è il MJ/m² (mega joule per metro quadro).

¹³ In ore e decimi di ora.

Si sono condotte preliminarmente le analisi delle autocorrelazioni globali e parziali delle serie di radiazione solare in ognuna delle stazioni meteorologiche per evidenziare una eventuale non-stazionarietà in media del fenomeno. Per tutte e tre le serie analizzate la funzione di autocorrelazione globale stimata non tende a zero se non molto lentamente e con modalità rettilinea, l'autocorrelazione parziale è praticamente unitaria al lag 1 e quasi nulla altrove ed infine l'autocorrelazione inversa stimata al lag 1 tende a $-\frac{1}{2}$; si veda come esempio la tabella che segue relativa alla stazione

Meteorologica di Monte Terminillo:

Stazione di Monte Terminillo

Mean of Working Series	1360.419
Standard Deviation	842.3125
Number of Observations	2920

Autocorrelations																								
Lag	Covariance	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	Std Error
0	709490	1.00000																						0
1	498447	0.70254																						0.018506
2	413909	0.58339																						0.026087
3	386475	0.54472																						0.030226
4	356108	0.50192																						0.033420
5	346468	0.48833																						0.035909
6	341205	0.48092																						0.038115
7	332763	0.46902																						0.040139

Inverse Autocorrelations																							
Lag	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	
1	-0.36479																						
2	-0.00879																						
3	-0.07095																						
4	0.02255																						
5	-0.02018																						
6	-0.01465																						
7	-0.05294																						

Partial Autocorrelations																							
Lag	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	
1	0.70254																						
2	0.17736																						
3	0.16912																						
4	0.08013																						
5	0.10746																						
6	0.08067																						
7	0.06804																						

Tutto ciò evidenzia la presenza di una non stazionarietà in media che potrebbe “nascondere” nelle funzioni di autocorrelazione qualsiasi comportamento diverso da quello di lungo periodo.

Le due alternative che abbiamo preso in considerazione per eliminare questo problema riguardano la trasformazione della variabile mediante l'operatore differenze e l'inclusione dell'effetto spaziale simultaneo che potrebbe eliminare l'effetto di trend di lungo periodo. Nel caso del modello ST-

VAR(K) si è provveduto a trasformare mediante differenze di ordine uno la serie originale della radiazione solare, riportiamo di seguito come esempio le funzioni di autocorrelazione relative alla stazione di Monte Terminillo:

Stazione di Monte Terminillo - serie differenziata

```

Period(s) of Differencing      1
Mean of Working Series        0.103118
Standard Deviation            649.1778
Number of Observations       2919
Observation(s) eliminated by differencing 1
  
```

Autocorrelations

Lag	Covariance	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	Std Error
0	421432	1.00000																						0
1	-126232	-.29953																						0.018509
2	-57072.718	-.13543																						0.020101
3	2976.492	0.00706																						0.020411
4	-21013.292	-.04986																						0.020412
5	-4104.508	-.00974																						0.020454
6	2921.632	0.00693																						0.020455
7	-10366.605	-.02460																						0.020456

Inverse Autocorrelations

Lag	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	
1	0.59543																						
2	0.48206																						
3	0.35824																						
4	0.28646																						
5	0.20134																						
6	0.12421																						
7	0.06850																						

Partial Autocorrelations

Lag	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	
1	-0.29953																						
2	-0.24734																						
3	-0.13763																						
4	-0.15347																						
5	-0.12431																						
6	-0.09847																						
7	-0.11163																						

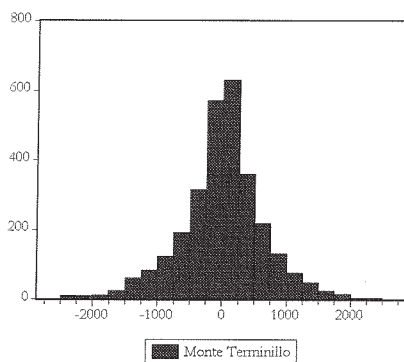
La non stazionarietà in media può ritenersi eliminata poiché con la serie delle differenze prime le caratteristiche dell'autocorrelazione emergono più nettamente mostrando, per tutte e tre le stazioni, uno schema autoregressivo di tipo AR (2).

Per cogliere eventuali effetti spazio-temporali di più lungo periodo, si sono comunque considerati inizialmente ritardi di ordine superiore al secondo, ma la loro inclusione nel modello non ha dato risultati significativi; quindi i modelli considerati con riferimento alle tre stazioni meteorologiche del Lazio sono di tipo ST-VAR (2) e ST-GVAR (2).

In fase di analisi preliminare delle tre serie temporali considerate, si è verificata l'ipotesi di normalità del processo, ma i test utilizzati non hanno dato esito positivo.

In generale, quando si è in presenza di un numero sufficiente di osservazioni, la normalità viene controllata anzitutto mediante un istogramma dei dati; ciò che si cerca in questi casi è l'unimodalità ed una sufficiente simmetria della distribuzione.

Inoltre, poiché le differenze successive accentuano le caratteristiche di normalità della serie originaria – in quanto gli operatori ∇^d eliminano una componente di evoluzione tendenziale la cui distribuzione di probabilità è spesso uniforme – anche per questo tipo di verifica ci siamo serviti della serie differenziata. In tutte e tre le stazioni l'istogramma mostra distribuzioni sufficientemente simmetriche e unimodali, riportiamo ad esempio quello relativo alla stazione di Monte Terminillo:



I risultati

Valutiamo inizialmente i risultati ottenuti senza considerare l'effetto della componente spaziale simultanea, con riferimento quindi ad un modello ST-VAR (2).

Avendo incluso nel modello anche il soleggiamento come variabile esplicativa, si ha:

$$y_t = \alpha + C_0 x_t + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + u_t = \alpha + C_0 x_t + \sum_{k=1}^2 A_k y_{t-k} + u_t$$

dove¹⁴

$$C_0 = \begin{bmatrix} {}_0c_{TT} & {}_0c_{TV} & {}_0c_{TC} \\ {}_0c_{VT} & {}_0c_{VV} & {}_0c_{VC} \\ {}_0c_{CT} & {}_0c_{CV} & {}_0c_{CC} \end{bmatrix}$$

nella quale, ad esempio, il coefficiente ${}_0c_{VC}$ indica l'effetto che il soleggiamento misurato a Vigna di Valle il giorno t produce sulla radiazione solare misurata a Ciampino nello stesso giorno;

$$A_k = \begin{bmatrix} {}_k a_{TT} & {}_k a_{TV} & {}_k a_{TC} \\ {}_k a_{VT} & {}_k a_{VV} & {}_k a_{VC} \\ {}_k a_{CT} & {}_k a_{CV} & {}_k a_{CC} \end{bmatrix} \quad k=1, 2$$

nella quale, ad esempio, il coefficiente ${}_k a_{CT}$ indica l'effetto che la radiazione solare misurata a Ciampino k giorni prima produce sulla radiazione solare misurata sul Monte Terminillo il giorno t .

Si noti che, in generale includendo nel modello una variabile esplicativa, il modello nella forma (2) diviene:

$$\text{vec} Y^T = \begin{matrix} (I_S \otimes Z^T) \\ ST \times 1 & ST \times [S^2(K+F+1)+S] & [S^2(K+F+1)+S] \times 1 & ST \times 1 \end{matrix} \text{vec} B^T + \text{vec} U^T$$

dove F indica l'ordine di ritardo considerato per la componente esogena (nella nostra applicazione è $F=0$ poiché si è considerato il solo effetto simultaneo del soleggiamento).

Come già detto, un modello di tipo ST-VAR, così come quello ST-GVAR, se da un lato presentano il vantaggio di non imporre relazioni simmetriche tra i siti, ponderando i coefficienti in base alla distanza, dall'altro presentano gli svantaggi legati al maggior numero di parametri da stimare.

¹⁴ Le lettere che compaiono come indice dei coefficienti si riferiscono alle iniziali delle stazioni meteorologiche.

Nello studio della diffusione della radiazione solare nel Lazio, per ridurre il numero di parametri incogniti abbiamo utilizzato informazioni a priori circa le caratteristiche meteorologiche della zona stessa.

In particolare, poiché le tre stazioni meteorologiche sono sottoposte ad un'azione preponderante e continua delle correnti provenienti dal Golfo della Manica e dal Golfo di Guascogna che fanno in modo che le formazioni nuvolose si spostino sempre nelle stesse direzioni nell'arco di due o tre giorni, si è ipotizzato che l'effetto che il fenomeno misurato in una stazione produce sulle altre sia costante nel tempo.

Stimare un modello ST-VAR (2) vincolato ad una ipotesi di costanza nel tempo delle relazioni spaziali, vuol dire supporre che gli elementi extradiagonali delle matrici dei coefficienti A_1 e A_2 rimangano invariati passando dal ritardo di ordine uno a quello di ordine due, ad esempio:

$${}_1a_{TC} = {}_2a_{TC}$$

Inizialmente si è stimato il modello senza imporre vincoli sulla variabilità spazio-temporale del fenomeno con un numero di parametri incogniti pari a 30; il grado di adattamento del modello è risultato piuttosto buono, ma non tutti i coefficienti sono risultati significativi. Successivamente si è verificata l'ipotesi di costanza nel tempo delle relazioni spaziali mediante il Log-likelihood Ratio Test; ad eccezione del vincolo di costanza dell'effetto che la stazione di Vigna di Valle produce su quella di Monte Terminillo, tutti gli altri vincoli sono risultati significativi:

Label L.R. Test	Statistic	Pr>Chisq
${}_1a_{TV} = {}_2a_{TV}$	1.86	0.1731
${}_1a_{TC} = {}_2a_{TC}$	0.00	0.9957
${}_1a_{VT} = {}_2a_{VT}$	6.83	0.0089
${}_1a_{VC} = {}_2a_{VC}$	1.53	0.2161
${}_1a_{CT} = {}_2a_{CT}$	1.18	0.2782
${}_1a_{CV} = {}_2a_{CV}$	0.13	0.7219

Si è proceduto quindi ad imporre i vincoli di costanza sui parametri e ad eliminare tutti quei coefficienti che risultavano comunque non significativi; le matrici dei coefficienti stimati sono riportate di seguito:

$$\alpha = \begin{bmatrix} 18.41 \\ (0.2997) \\ -18.98 \\ (0.1666) \\ -42.98 \\ (0.0006) \end{bmatrix};$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.226 & -0.041 & -0.039 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0001) \\ 0.091 & 0.297 & 0.036 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0004) \\ 0.057 & 0.082 & 0.331 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0001) \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} 0.061 & -0.041 & -0.039 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0001) \\ 0 & 0.196 & 0.036 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0004) \\ 0.057 & 0.082 & 0.241 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0001) \end{bmatrix};$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} 98.094 & -11.024 & -6.790 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0001) \\ 22.547 & 99.619 & 35.174 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0004) \\ 0 & 14.943 & 65.072 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0001) \end{bmatrix}.$$

$$R^2 = 0.75$$

Si noti che il coefficiente che esprime l'effetto della radiazione solare misurata a Vigna di Valle due giorni prima, su quella misurata sul Monte Terminillo non risulta significativo; è proprio sulla relazione "Vigna di Valle → Monte Terminillo" che non si è potuto imporre il vincolo di costanza nel tempo delle influenze spaziali; ciò indica probabilmente un comportamento "anomalo" di una delle due stazioni all'interno della zona climatica considerata.

Per tenere conto dell'effetto che il fenomeno misurato in una determinata stazione al tempo t produce sugli altri siti del sistema nello stesso istante di tempo, si sono considerate anche le osservazioni contemporanee di radiazione solare. Il modello in questo caso diviene:

$$y_t = \alpha + C_0 x_t + W_0 y_t + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + u_t = \alpha + C_0 x_t + \sum_{k=1}^2 A_k y_{t-k} + u_t$$

dove

$$W_0 = \begin{bmatrix} 0 & {}_0 w_{TV} & {}_0 w_{TC} \\ {}_0 w_{VT} & 0 & {}_0 w_{VC} \\ {}_0 w_{CT} & {}_0 w_{CV} & 0 \end{bmatrix},$$

nella quale, ad esempio, il coefficiente ${}_0 w_{VT}$ indica l'effetto della radiazione solare misurata il giorno t a Vigna di Valle sulla radiazione solare misurata sul Monte Terminillo nello stesso giorno.

Anche in questo caso si è fatto riferimento ad una forma compatta del modello che include una variabile esplicativa e che nel caso più generale è $vec Y^T = \begin{pmatrix} I_S \otimes Z^T \\ ST \otimes [S^2 (K+F+1)+S] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} vec(A_0^{-1}A)^T \\ [S^2 (K+F+1)+S] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_0^{-1} \otimes I_T \\ ST \otimes I_1 \end{pmatrix} vec U^T$, con F pari al numero di ritardi considerati per la componente esogena.

Nel caso del modello ST-GVAR (2) si è utilizzata, come già detto, la serie originale delle osservazioni e non quella differenziata nell'ipotesi che la componente contemporanea avrebbe potuto eliminare l'effetto del trend di lungo periodo.

L'adattamento del modello ai dati osservati migliora rispetto al modello precedente, e si modifica sensibilmente la struttura spazio-temporale delle relazioni.

La verifica dell'ipotesi di costanza delle relazioni spaziali ha evidenziato che, se è possibile continuare a considerare costanti le relazioni spaziali passando dal ritardo di ordine 1 a quello di ordine 2, non è altresì opportuno vincolare a tale ipotesi anche i coefficienti spaziali contemporanei:

Label L.R.	Statistic	Pr>Chisq
${}_0 a_{TV} = {}_1 a_{TV} = {}_2 a_{TV}$	190.49	0.0001
${}_0 a_{TC} = {}_1 a_{TC} = {}_2 a_{TC}$	177.69	0.0001
${}_0 a_{VT} = {}_1 a_{VT} = {}_2 a_{VT}$	156.10	0.0001
${}_0 a_{VC} = {}_1 a_{VC} = {}_2 a_{VC}$	2035.2	0.0001
${}_0 a_{CT} = {}_1 a_{CT} = {}_2 a_{CT}$	154.14	0.0001
${}_0 a_{CV} = {}_1 a_{CV} = {}_2 a_{CV}$	1920.1	0.0001
${}_1 a_{TV} = {}_2 a_{TV}$	10.98	0.0009
${}_1 a_{TC} = {}_2 a_{TC}$	7.56	0.0060
${}_1 a_{VT} = {}_2 a_{VT}$	1.51	0.2195
${}_1 a_{VC} = {}_2 a_{VC}$	0.11	0.7385
${}_1 a_{CT} = {}_2 a_{CT}$	2.38	0.1226
${}_1 a_{CV} = {}_2 a_{CV}$	2.72	0.0990

Per quanto riguarda l'ipotesi di costanza dei coefficienti relativi ai ritardi spazio-temporali di ordine 1 e 2, la situazione si modifica rispetto al modello stimato senza effetto spaziale simultaneo: mentre nel primo caso una sola delle relazioni stimate risultava non essere costante, nel secondo modello per due distinti effetti spazio-temporali non è possibile imporre un'uguaglianza tra coefficienti. In particolare, non è possibile ipotizzare una costanza nel tempo per gli effetti "Monte Terminillo → Vigna di Valle" e "Monte Terminillo → Roma Ciampino". Tale risultato evidenzia con maggiore precisione quanto già messo in luce con il modello ST-VAR (2); più precisamente si evidenzia che il comportamento della stazione di Monte Terminillo nei confronti delle altre due stazioni si discosta dall'ipotesi di omogeneità della zona climatica nonché di costanza nel tempo dei coefficienti. Tutto ciò, per quanto non ci permetta di ridurre al massimo il numero di coefficienti da stimare, mostra una buona capacità del modello scelto di interpretare le relazioni intercorrenti tra i siti del sistema; è da

sottolineare a tal proposito che la stazione di Monte Terminillo è posizionata a ridosso della barriera appenninica ad un'altitudine più elevata delle altre due stazioni; ciò implica due considerazioni:

- gli ostacoli orografici impediscono in parte alle formazioni nuvolose spinte dalle correnti del Nord-Ovest di “defluire” verso Sud-Est, ma al contrario favoriscono il loro ritorno verso il Mar Tirreno;
- la stazione di Monte Terminillo, più delle altre due, risente delle correnti provenienti dai Balcani che sono in grado di “contrastare” le perturbazioni provenienti dalla Manica.

Si è quindi stimato il modello introducendo i soli vincoli scelti in base al test ed eliminando tutti i coefficienti (non vincolati) che comunque non risultavano significativi.

Le matrici dei coefficienti stimati massimizzando la funzione di log-verosimiglianza risultano i seguenti:

$$\alpha = \begin{bmatrix} 40.09 \\ (0.0160) \\ 12.83 \\ (0.2507) \\ -32.01 \\ (0.0016) \end{bmatrix};$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0.171 & 0.146 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0001) \\ 0.379 & 0 & 0.679 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0001) \\ 0.389 & 0.821 & 0 \\ (0.0001) & (0.0001) & \end{bmatrix};$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.259 & -0.065 & -0.032 \\ (0.0001) & (0.0002) & (0.0001) \\ 0.057 & 0.236 & 0.162 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0004) \\ 0.090 & 0.162 & 0.239 \\ (0.0001) & (0.0004) & (0.0001) \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} 0.086 & 0 & 0.115 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0001) \\ 0.057 & 0.180 & 0.162 \\ (0.0002) & (0.0001) & (0.0004) \\ 0.090 & 0.162 & 0.206 \\ (0.0001) & (0.0004) & (0.0001) \end{bmatrix};$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} 104.57 & -21.93 & -13.82 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0015) \\ -31.97 & 67.50 & -35.63 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0001) \\ -26.95 & -39.18 & 54.57 \\ (0.0001) & (0.0001) & (0.0001) \end{bmatrix};$$

$$R^2 = 0.89$$

Possiamo dire in conclusione che i modelli presentati in questo lavoro sono risultati essere piuttosto flessibili poiché, non postulando alcuna bidirezionalità dell'influenza reciproca tra le stazioni, permettono di cogliere quegli effetti direzionali particolarmente rilevanti nello studio di fenomeni meteorologici.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Bennet R. J., 1979, *Spatial Time Series*, Pion, London.
- Cressie N., 1991, *Statistics for Spatial Data*, John Wiley, USA.
- Deutsch S. J., Pfeifer P. E., 1980, A Three-Stage Iterative Procedure for Space-Time Modeling, *Technometrics*, vol. 22, n° 1.
- Deutsch S. J., Pfeifer P. E. , 1981, Space-Time ARMA Modeling With Contemporaneously Correlated Innovations, *Technometrics*, vol. 23, n° 4.
- Guagnano G., Terzi S., 2000, The Generalized Space-Time Autoregressive Moving Average Model, Quaderni del Dipartimento di Studi Geoeconomici, Università degli Studi di Roma "La Sapienza".
- Guagnano G., Terzi S., 1997, Identifiability Conditions for Generalised Starma Models, *Journal of the Italian Statistical Society*, vol. 6, n° 3.
- Fea G., 1988, *Appunti di Meteorologia Fisica, Descrittiva e Generale*, Ersa.
- Koning R., Neudecker H., Wansbeek T., 1991, Block Kronecker products and the vecb operator, in *Linear Algebra and its Applications*, 149, 165-184.
- Lutkepohl H., *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, 1991, Springer-Verlag, Berlin,.
- Magnus J. R., Neudecker H., 1988, *Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics*, John Wiley & Sons.
- Piccolo D., *Introduzione all'Analisi delle Serie Storiche*, 1990, La Nuova Italia Scientifica.
- Rardin R., 1988, *Optimization in Operation Research*, Prentice Hall.
- Terzi S., Maximum Likelihood Estimation of a Generalized STAR (p; l_p) Model, 1995, *Journal of the Italian Statistical Society*, vol. 4, n° 3.
- Terzi S., Bassan B., 1998, A Factorial Covariance Structure Model for

Space-Time Multivariate Stochastic Processes, *Metron*, vol. LVI, n°

1-2.

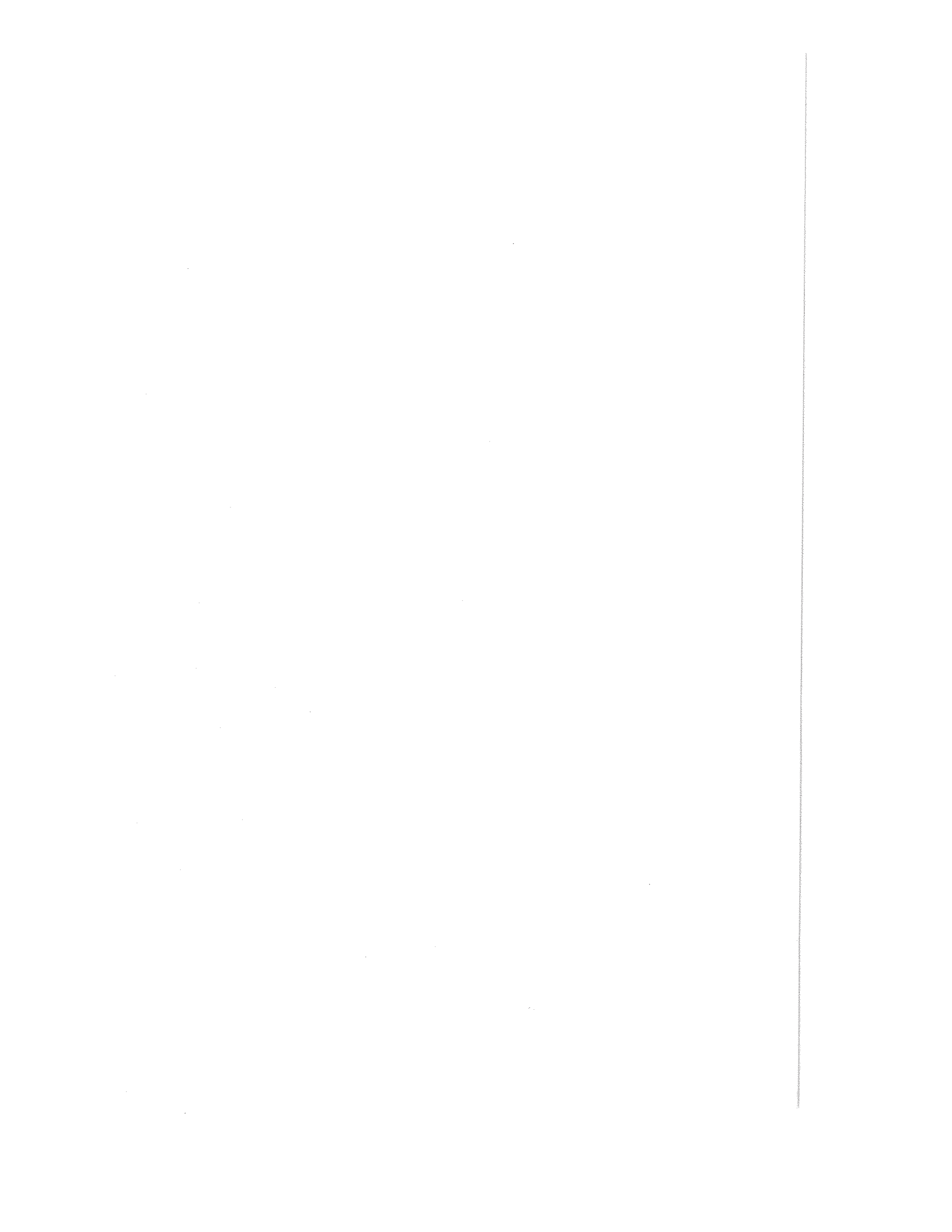
The Official Journal of the International Solar Energy Society, 1995,

vol. 55, 56 e 57.

WORKING PAPER PUBBLICATI

- 1 - 1997 Mariano D'Antonio e Margherita Scarlato
Struttura economica e commercio estero: un'analisi per le province italiane.
- 2 - 1997 Pierangelo Garegnani e Antonella Palumbo *Accumulation of capital.*
- 3 - 1997 Elio Cerrito
Crisi di cambio e problemi di politica monetaria nell'Italia di fine Ottocento. Appunti su alcune evidenze empiriche.
- 4 - 1998 Francesco Manni
Struttura delle fonti di finanziamento: Un'indagine sulle principali società italiane produttrici di bevande.
- 5 - 1998 J. O. Berger e J. Mortera
Default Bayes factors for one-sided hypothesis testing.
- 6 - 1998 Attilio Trezzini
Capacity utilisation in the long run: a reply to Serrano.
- 7 - 1998 A. M. Ferragina
Quality product differentiation in CEE-EU Intra-Industry trade
- 8 - 1998 M. F. Renzi, L. Cappelli, G. Salerno
Outsourcing: Opportunità e limiti per le aziende che operano con sistemi di qualità conformi alle norme ISO 9000
- 9 - 1998 Margherita Scarlato
The impact of international trade on employment and wage differentials: some evidence from the italian macro-regions
- 10 - 1998 Attilio Trezzini
Some notes on long-run capacity utilisation, steady state and induced investment
- 11 - 1999 Salvatore Monni
A Convergence analysis of human development
- 12 - 1999 Guido M. Rey
Informazione e politiche pubbliche: non è mai troppo tardi
- 13 - 2000 Maria Maddalena Barbieri e Caterina Conigliani
Fractional bayes factors for the analysis of autoregressive models with possible unit roots
- 14 - 2000 Margherita Scarlato
Capitale Sociale e Sviluppo Economico
- 15 - 2000 Anna M. Ferragina
Price versus quality competition in Italy's trade with Central and Eastern Europe over the Transition
- 16 - 2000 Mariano D'Antonio e Margherita Scarlato
*Capitale umano e sviluppo economico
Un modello di equilibrio economico generale per il Centro-Nord e il Mezzogiorno d'Italia*

- 17 - 2000 Marisa Cenci e Luana Foffo Ciucci
Gli effetti della regolamentazione sull'attività di Insider Trading
- 18 - 2000 Andrea Gheno
Alberi binomiali e struttura della volatilità
- 19 - 2000 Marisa Cenci
Modelli per la struttura a termine con volatilità stocastica (Una rassegna critica)
- 20 - 2000 Marisa Cenci e Andrea Gheno
Metodologie per la valutazione delle obbligazioni convertibili in ipotesi di evoluzione stocastica della struttura per scadenza
- 21 - 2001 Mariano D'Antonio
L'interdipendenza tra economia e ambiente: un'analisi applicata all'Italia
- 22 - 2001 Alessia Naccarato
Uno studio sulla diffusione di fenomeni metereologici mediante particolari modelli spazio-temporali



Finito di stampare nel mese di giugno 2001, presso
Tipolitografia artigiana Colitti Armando snc di *Colitti Marco & C.*
00154 Roma • Via Giuseppe Libetta 15 a • Tel. 065745311/065740258
e-mail tcolitti@tin.it • www.colitti.it